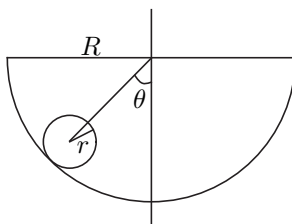


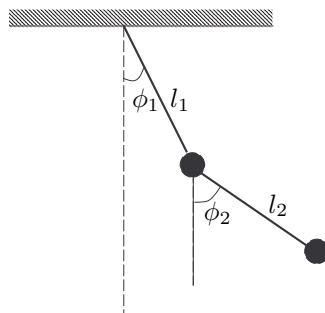
به نام خدا

امتحان میان‌ترم مکانیک تحلیلی II دانش‌گاه الزهرا - اردیبهشت ۱۳۹۴

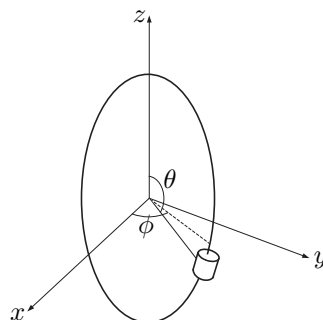
مسئله‌ی ۱) گلوله‌ی ای به شعاع  $r$  درون کره‌ی توخالی ثابتی به شعاع  $R$  می‌غلتد. لاگرانژی ذره بر حسب  $\theta, \dot{\theta}$  چیست؟  $I_{cm}$  لختی دورانی کره‌ی کوچک نسبت به مرکزش است.



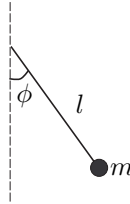
مسئله‌ی ۲) آونگی دوتایی مطابق شکل در نظر بگیرید. لاگرانژی آن چیست؟



مسئله‌ی ۳) الف- دانه‌ی تسبیحی به جرم  $m$  بر روی حلقه‌ای به شعاع  $a$  و اصطکاک ناچیز می‌لغزد. حلقه در صفحه‌ی قائمی قرار گرفته است و آزادانه حول محور  $z$  دوران می‌کند. لاگرانژی آن بر حسب  $\theta, \dot{\theta}, \phi, \dot{\phi}$  چیست؟ ( $\phi$  زاویه‌ی سمتی جرم  $m$  است).



ب- اگر حلقه را با سرعت زاویه‌ای ثابت  $\omega$  بچرخانیم لاگرانژی آن بر حسب  $\theta, \dot{\theta}$  چیست؟  
 مسئله‌ی ۴) نقطه‌ی آویزِ آونگِ ساده‌ای با دامنه‌ی  $a \cos \omega t$  در راستای قائم نوسان می‌کند. لاگرانژی را بر حسب  $\phi, \dot{\phi}$  به دست آورید.  $\phi$  زاویه‌ی آونگ با محور قائم است.



مسئله‌ی ۵) جسمی را از بالای برجی به ارتفاع  $h$  رها می‌کنیم. می‌خواهیم ببینیم وقتی این جسم به زمین می‌خورد نیروی کوریولیس چه قدر باعث انحراف جسم از راستای شاقول شده.  
 الف- برای جسمی که از این برج سقوط می‌کند نسبت نیروی کوریولیس به نیروی وزن، از چه رتبه‌ای است؟ فرض کنید که برج در استوا است و ارتفاعش ۳۰۰ متر است.  
 ب- تا اولین مرتبه تقریب نسبت به سرعت زاویه‌ای زمین، وقتی این جسم با زمین برخورد می‌کند محل برخورد جسم با زمین چه قدر جابه‌جا شده است؟